

Le cross cap de Lacan ou "asphère"

Dossier Topologie

Bernard Vandermersch - 31/01/2008

Pour introduire le cross cap

Cet objet étrange a été présenté par Lacan pour la première fois le 16 mai 1962 dans son séminaire l'Identification comme supportant la structure du fantasme.

Mais on sait qu'il était déjà prêt en 1959. Dans une note rédigée en 1966 au moment de la publication dans les Écrits de son article Préalable à tout traitement possible de la psychose (1959), Lacan nous signale que déjà "ce que le schéma R étale, c'est un plan projectif", i.e. un cross cap (Écrits p. 553).

Ce schéma R montre que le "champ de la réalité ne fonctionne qu'à s'obturer de l'écran du fantasme" (id. p.553). Autrement dit nous n'avons pas d'accès naturel au réel mais seulement par la médiation du fantasme.

La vision est sans doute le sens qui nous donne le plus l'illusion d'un accès de plain-pied au champ de la réalité. Pourtant c'est un champ bien aplati qu'elle nous propose. Elle projette tous les points de l'espace situés sur une même droite passant par le centre optique de l'oeil sur un même point de la rétine. Notre espace à trois dimensions se réduit ainsi à un morceau de surface sphérique, la rétine. La vision opère donc une réduction dimensionnelle.

Ainsi fait le peintre qui applique les lois de la perspective et mieux encore l'appareil photo et la caméra.

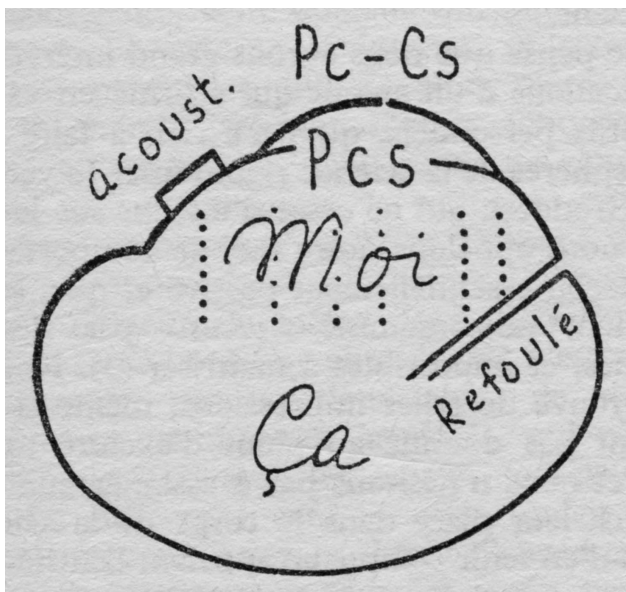
Mais alors que le tableau ou la photo avouent leur limite, voire l'exaltent par un cadre, l'oeil la gomme. Et d'ailleurs en tournant la tête il voit tout (sauf ce qu'il a dans la tête !).

Par la vision, le monde s'est enfermé dans une sphère c'est-à-dire dans une surface, à l'exception notable du regard lui-même.

C'est ici, avec ce schéma projectif élargi à tous les sens, que Freud arrête sa représentation topologique du moi : "Le moi, dit Freud dans Le Moi et le Ça, est avant tout un moi corporel, il n'est pas seulement une surface mais même la projection d'une surface". En note il précise : "c'est-à-dire : le moi est finalement dérivé de sensations corporelles, principalement de celles qui ont leur source dans la surface du corps. Il peut être ainsi considéré comme une projection mentale de la surface du corps et, de plus, [...] il représente la surface de l'appareil mental".

Dans cette conception l'appareil psychique et le corps sont comme une boule (3 dimensions) dont le moi serait la zone de contact avec le monde extérieur (c'est-à-dire d'après le schéma un morceau de sphère : 2 dimensions).

Du coup, cette topologie sphérique induit l'idée d'un moi-surface faisant séparation entre un monde "extérieur" et un inconscient "intérieur", opaque, viscéral. La psychanalyse serait une "psychologie des profondeurs".



Lacan fait un pas essentiel

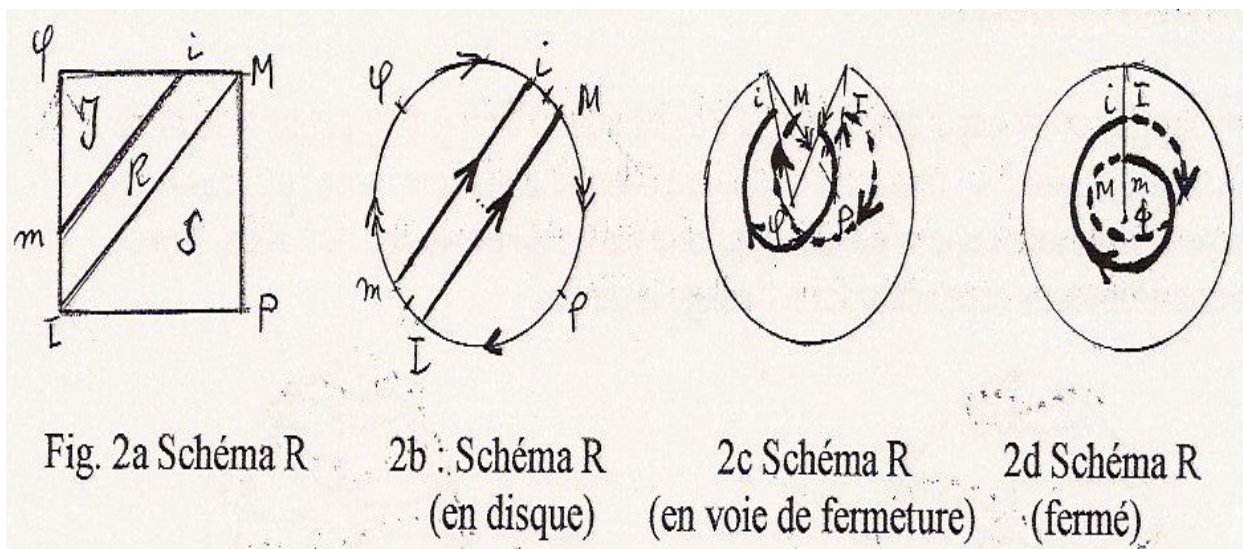
Lacan démontre clairement que l'inconscient découvert par Freud est structuré comme un langage. D'où la notion d'un sujet supposé à l'origine des manifestations de l'inconscient (lapses, actes manqués, rêves, symptômes). Au sujet, ni le corps, ni le monde extérieur ne seront donnés immédiatement, mais seulement à travers le langage. Seuls d'ailleurs les symptômes qui se révéleront avoir structure de langage peuvent être dits symptômes du sujet. Ce sujet, Lacan le définit comme le référent inconnu d'une fonction : "ce que représente un signifiant pour un autre signifiant". Invisible mais seulement repérable, ce n'est cependant pas un sujet désincarné : le langage, l'ordre symbolique, ne produira un sujet que s'il trouve un corps vivant pour s'y incorporer.

L'introduction du terme de sujet, peu usité par Freud, est ici nécessité par la structure de langage. Quant au moi, il garde la fonction d'image projetée du corps, image qui séduit le sujet. Mais repartons de notre réalité sinon visible, du moins pensable, dont fait partie notre moi. Nous pouvons dire : tout ce qui se voit (ou peut se voir) pour un sujet est signifiant. L'image sphérique du monde, pour un sujet, est faite de signifiants.

Or la propriété du signifiant est d'être différent de tous les autres et même de lui-même. On dira donc en première approximation que tout signifiant s'équivaut à son opposé ou que tout objet signifiant est à la fois lui-même et son contraire : $a = -a$.

C'est d'ailleurs une intuition de Freud qu'il expose dans son article sur le sens opposé des mots primitifs de 1910 (Über den Gegensinn der Urworte).

Si nous acceptons cette équivalence du signifiant à son contraire, nous pouvons identifier chaque point de la sphère visuelle à son opposé. L'objet produit par cette opération s'appelle plan projectif et son immersion la plus simple dans l'espace à trois dimensions est le cross cap.



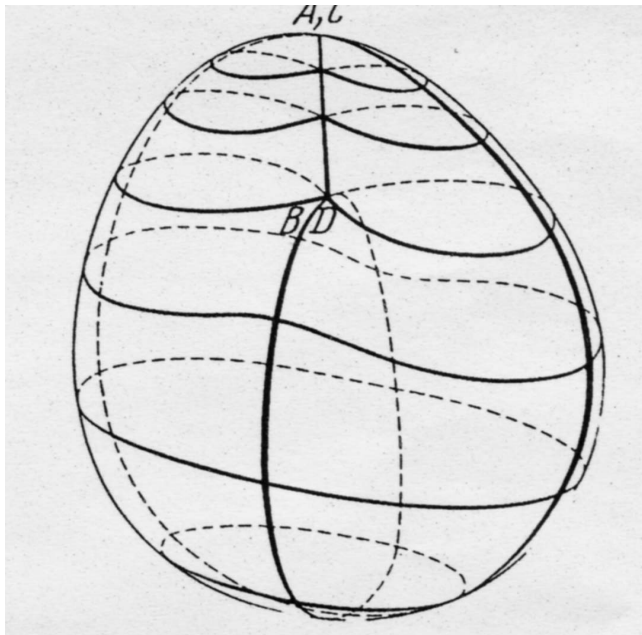


Fig. 2

Le cross cap est donc la forme topologique du fantasme fondamental qui conditionne la réalité, c'est-à-dire le réel passé au crible du signifiant. Mais cette forme qui recèle le sujet lui échappe. Son aptitude à soutenir la réalité tient à ce qu'elle lie le sujet à l'objet qui cause son désir. Ce lien est refoulé dès l'origine dans la structure même du cross cap. C'est le refoulement originaire.

En effet, cette forme apparemment homogène est en fait un composé hétérogène du sujet et de l'objet. Lorsqu'un signifiant fait coupure dans cette forme, le sujet est le produit de l'opération, l'objet, son reste, le cadre inaperçu de la réalité du sujet. Nous reprendrons cela en étudiant plus avant la structure du cross cap.

Faisons ici une petite réserve : la connivence du cross cap avec le champ scopique suggère qu'il ne donnerait qu'une vue (c'est le cas de le dire) partielle du lien du sujet à son objet. On pourrait envisager la possibilité que le fantasme se forme sur d'autres modèles topologiques. Et d'ailleurs Lacan a suggéré (dans son séminaire D'un Autre à l'autre) que les objets oral, anal, scopique, vocal aient chacun leur propre façon topologique de soutenir la réalité : sphère, tore, cross cap ou bouteille de Klein. L'affaire se complique si nous reconnaissons que, hors de la psychose et de la perversion, dans le fantasme du névrosé, l'objet se présente communément sous deux facettes à la fois (scopique-anal par exemple).

Description du cross cap

Lacan appelle cross cap l'ensemble de l'objet connu en topologie sous le nom de sphère mitrée, fait d'un morceau de sphère complété par une mitre (ou cross cap). Le cross cap en topologie n'est donc qu'une partie du cross cap de Lacan. Nous nous conformerons cependant ici à l'usage lacanien.

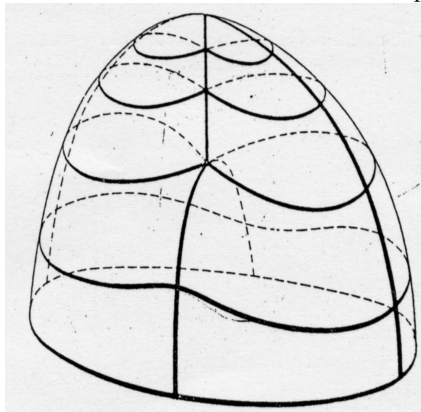


Fig. 3 Cross cap mitre

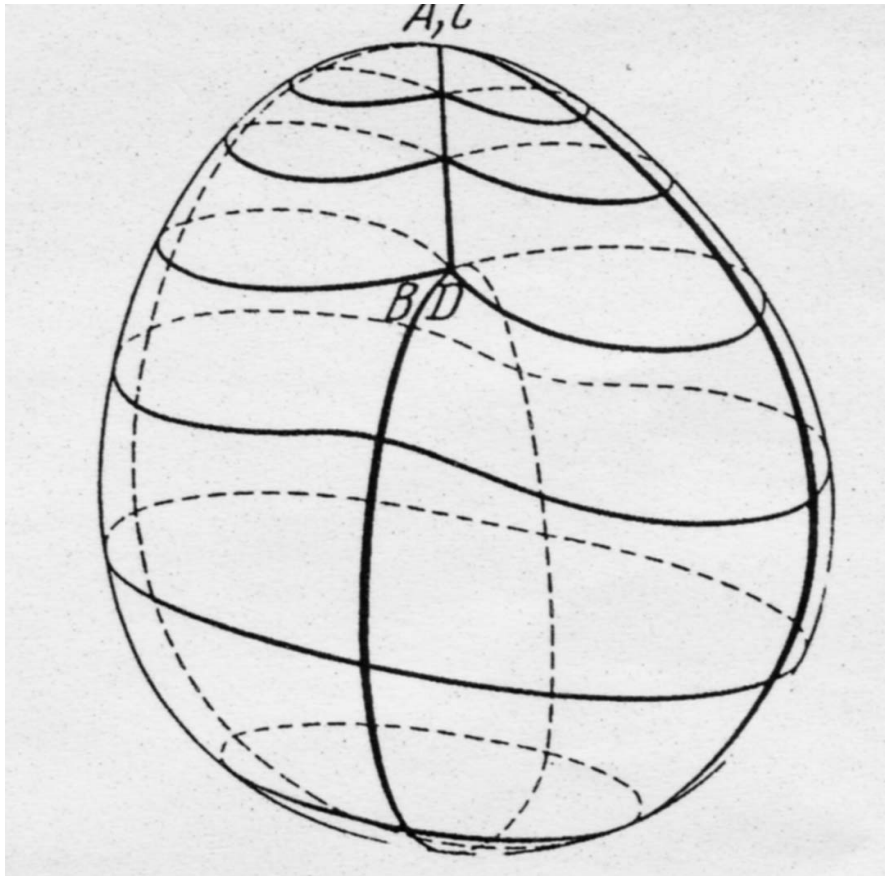


Fig. 4

On voit que le cross cap ressemble un peu à une sphère (Lacan l'appelle aussi l'a-sphère). Comme elle, c'est une surface sans bord. La ligne Φ - Ω n'est pas un bord. C'est une ligne d'intersection de la surface par elle-même. En fait chaque point de cette ligne correspond à deux points différents et distants du cross cap. Pour aller d'un de ces points à celui qui se trouve au même endroit sur la ligne, il faut faire un parcours sur la surface (Fig. 5)

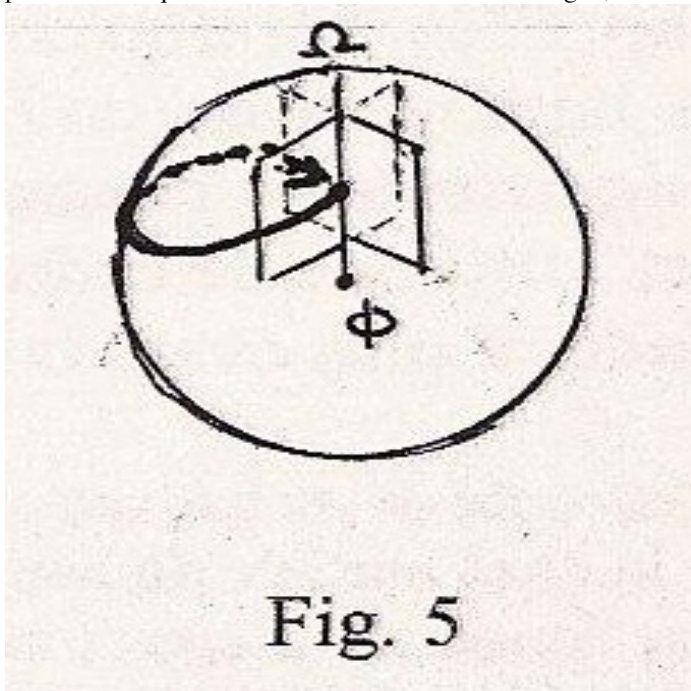


Fig. 5

Si nous prolongeons ce parcours nous pénétrons à "l'intérieur" du cross cap pour en ressortir si nous franchissons à nouveau cette ligne.

Conclusion : le cross cap, à la différence de la sphère, ne divise pas l'espace environnant en un extérieur et un intérieur. Ses deux faces sont en continuité si bien qu'on peut dire qu'il n'y en a qu'une comme dans la bande de Möbius (Fig. 6).

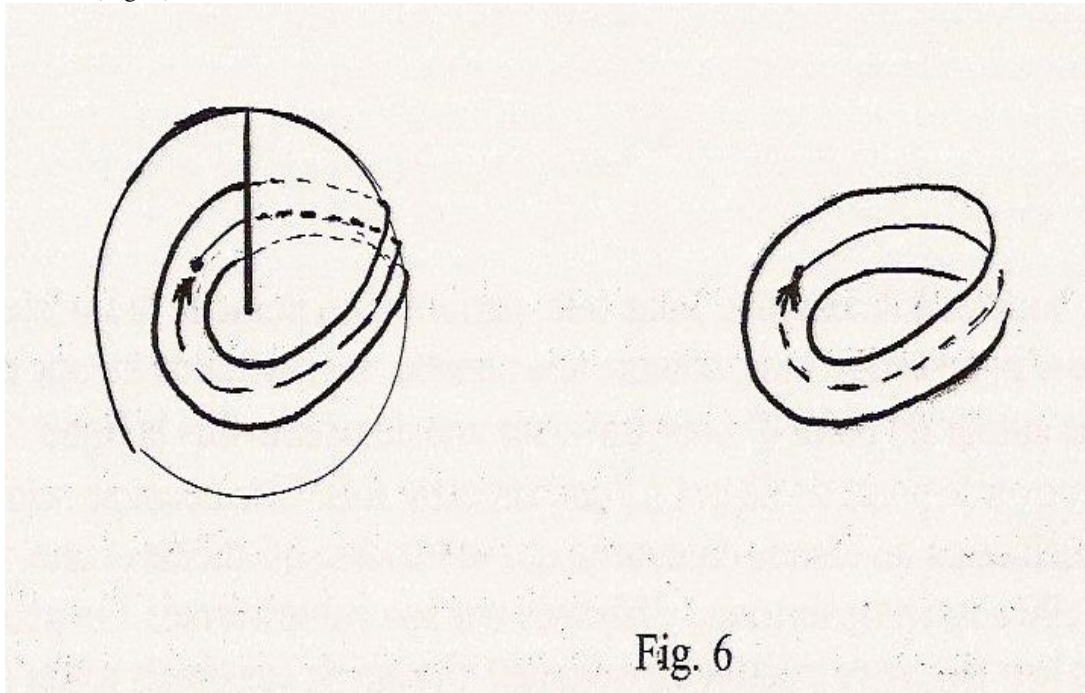


Fig. 6

Si avec Lacan (L'Étourdit) on ne compte que les trajets qui se bouclent (puisque'une phrase ne prend son sens qu'avec le dernier mot) nous voyons qu'il est possible de tracer plusieurs types de boucles fermées.

Des boucles simples de deux sortes :

Premièrement : on peut entourer un point quelconque de la surface par une boucle circulaire située dans son voisinage. Si l'on découpe le cross cap selon ce tracé, on obtient un disque ordinaire et un autre morceau qui garde la propriété möbienne de n'avoir qu'une seule face. (Fig. 7)

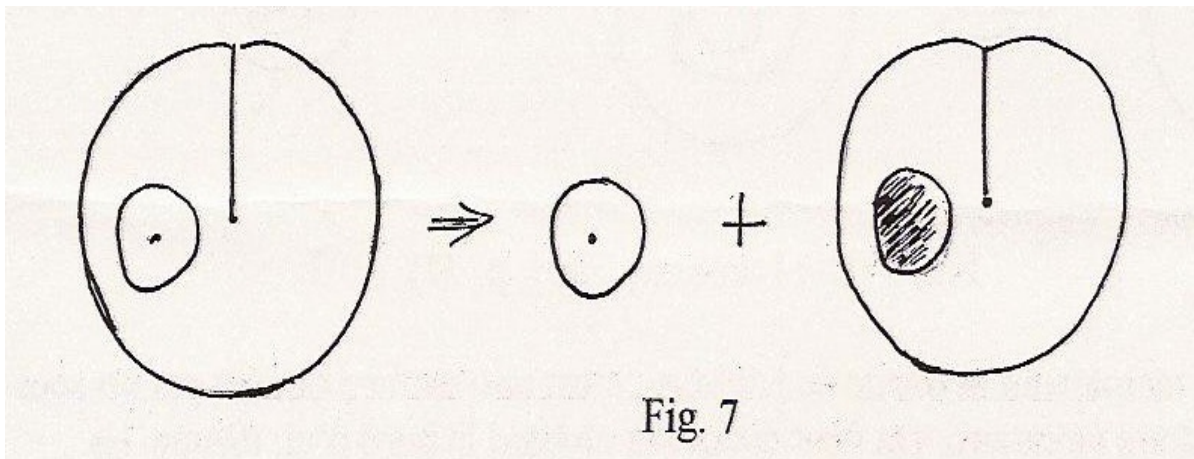


Fig. 7

Deuxièmement : on peut tracer une boucle qui part d'un point de la surface, traverse une fois la ligne d'intersection $\Phi-\Omega$ avant de se boucler à l'envers exact du point de départ. Une découpe selon ce tracé ne divise pas la surface mais la réduit à un disque. En écartant les lèvres de la coupure on voit se dessiner dans l'ouverture une bande de Möbius virtuelle : (Fig. 8)

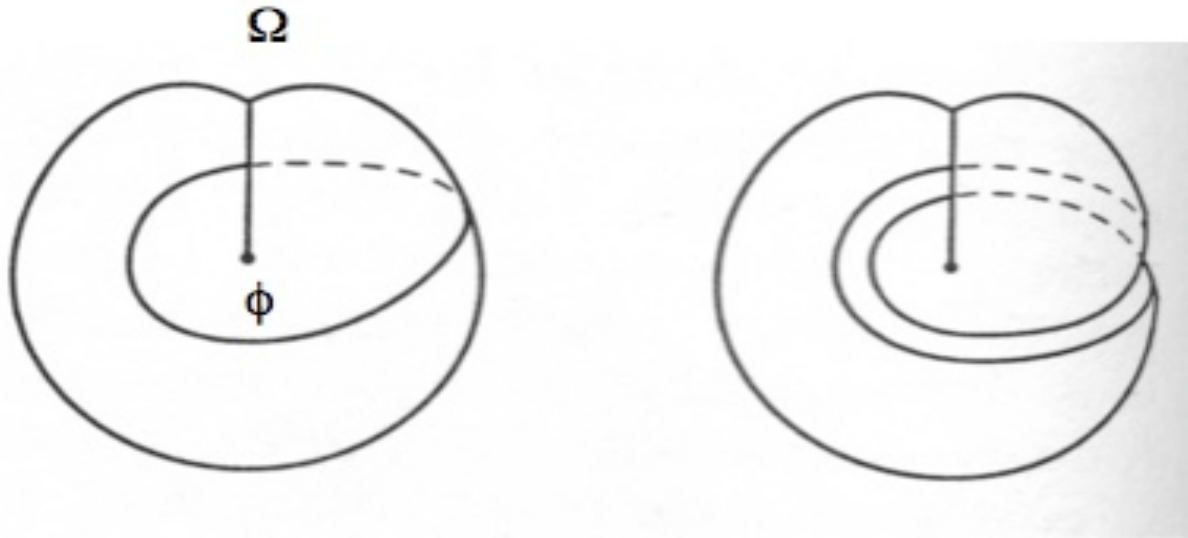


Fig. 8

On peut tracer des boucles à deux tours. Pour cela, partant d'un point de la surface, on traverse la ligne d'intersection puis, comme une planète en gravitation autour de son astre, on tourne autour du point Φ pour traverser une deuxième fois la ligne $\Phi-\Omega$ avant de retrouver le point de départ à l'endroit cette fois. Une découpe selon ce tracé divise la surface en un disque contourné qui se traverse lui-même et une bande de Möbius, elle aussi passablement déformée par son autotraversée. On peut vérifier néanmoins leur nature respective en coloriant chacun de ces objets jusqu'à la rencontre d'un bord. Ce faisant, au terme de cette opération, on n'aura colorié qu'une face du disque mais la totalité de la bande de Möbius.

La bande de Möbius c'est le sujet en tant que cette coupure le révèle. Le disque centré par le point Φ , c'est ce qui reste, le non möbien caché dans le cross cap, l'objet a. L'ensemble donne la formule du fantôme : $\$0a$. (Fig. 9)

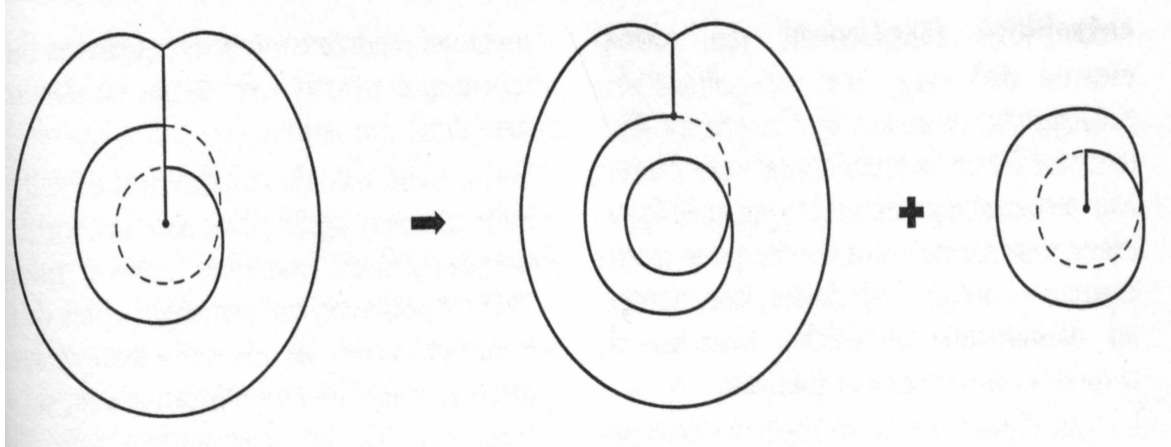


Fig. 9

Considérons maintenant la bande de Möbius : c'est une surface limitée par un seul bord fermé, donc circulaire. On peut coller sur ce bord le bord d'un disque. La surface fermée obtenue ainsi est un cross cap.

Mais un disque est une surface rétractable. On peut par une transformation topologique (c'est-à-dire sans le trouser ni le déchirer) le réduire à un point. Aussi bien un cross cap est une bande de Möbius dont on a rétréci le bord au point de pouvoir le fermer par un point ordinaire "non möbien". (Fig. 10)

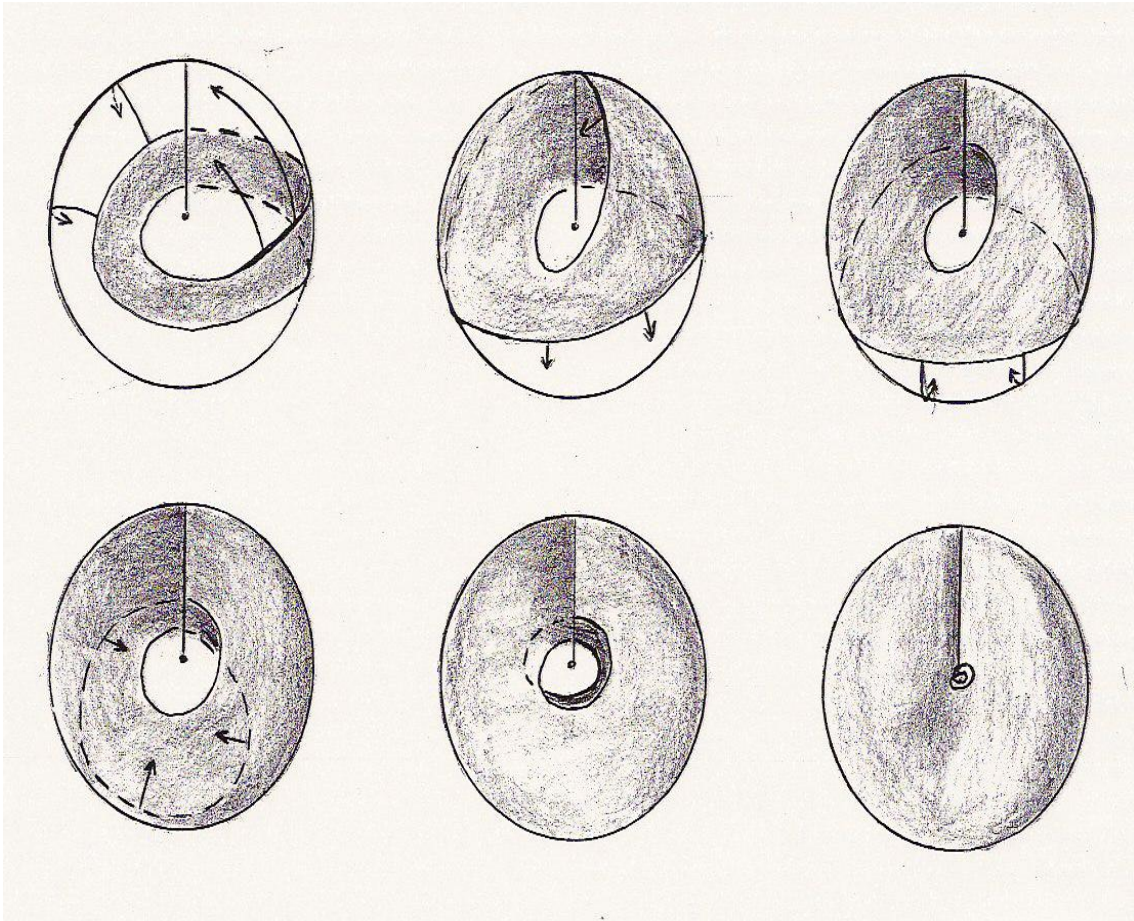


Fig. 10

Un cross cap est donc une surface hétérogène, c'est l'union d'un disque et d'une bande de Möbius. Le disque est une surface orientable, c'est-à-dire où droite et gauche se distinguent. La bande de Möbius est non orientable parce qu'il suffit de faire glisser le dessin d'une main gauche le long de la bande pour le transformer au bout d'un tour en dessin d'une main droite.

Disque et bande de Möbius sont donc deux types d'espace très différents et une hétérogénéité foncière se cache donc au coeur de l'homogénéité apparente du cross cap, soit de la réalité "sphérique" construite sur le fantasme. "C'est la topologie sphérique de cet objet dit (a) qui se projette sur l'autre du composé, hétérogène, que constitue le cross-cap." (L'Étourdit, p.30).

Remarque : Si nous avions collé sur le bord de la bande de Möbius le bord d'une autre bande de Möbius, à la place de celui d'un disque, nous aurions obtenu une bouteille de Klein. (Fig.11) Cette dernière - qui a par ailleurs beaucoup de propriétés communes avec le cross cap - ne possède donc pas cette même hétérogénéité.

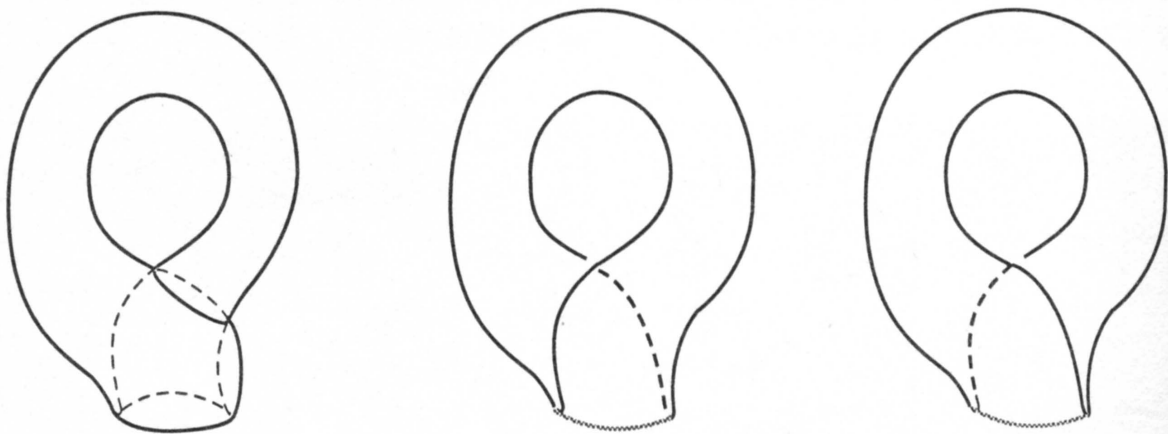


Fig. 11

Signification clinique des propriétés du cross cap

1. En l'absence de bord, tout circuit peut se boucler. "Dans nos asphères, la coupure, coupure fermée, c'est le dit. Elle, fait sujet : quoi qu'elle cerne..." L'Étourdit (p.29). En effet une phrase ne prend son sens qu'avec l'énoncé de son dernier terme. Le "sujet" de cette phrase est donc un effet rétroactif de son bouclage.
2. On peut y passer d'une face à l'autre, sans franchir aucun bord, ce qui rend compte de la possibilité du refoulement et du retour du refoulé.
3. On peut y tracer des doubles boucles, c'est-à-dire des signifiants. La double boucle symbolise en effet la différence du signifiant d'avec lui-même. Elle produit du sujet.
4. Sa construction implique, comme on l'a vu, l'équivalence des contraires et répond donc à la loi du signifiant $a = \text{non } a$.

Mais au moins Un point échappe à cette loi et va donner au fantasme sa "gravité". Ce point d'exception, le phallus, constitue le point qui donne sens à tous les autres mais où le sens lui-même s'annule, sauvegardant la possibilité du non sens.

Note. Dans la figure du cross cap, le lieu du phallus peut être discuté (Bulletin de l'ALI n°113, 114). Lacan le situe au niveau du point Φ , singularité au centre de la figure. (Singularité veut dire lieu de rupture de la continuité d'une fonction). Ce point singulier ne peut cependant pas être considéré comme concentrant en lui-même la propriété möbienne du cross cap. Le disque détaché par la coupure en double boucle (fig. 9) ne possède pas cette propriété möbienne bien qu'il possède le point Φ . Ce point n'est donc pas l'au moins Un point möbien. Charles Melman a pu dire que c'est la ligne $\Phi-\Omega$ qui représente le phallus. C'est plus exact puisque celle-ci, munie de ses deux extrémités, concentre en effet la propriété möbienne. Si on l'enlève, il ne reste qu'un disque.

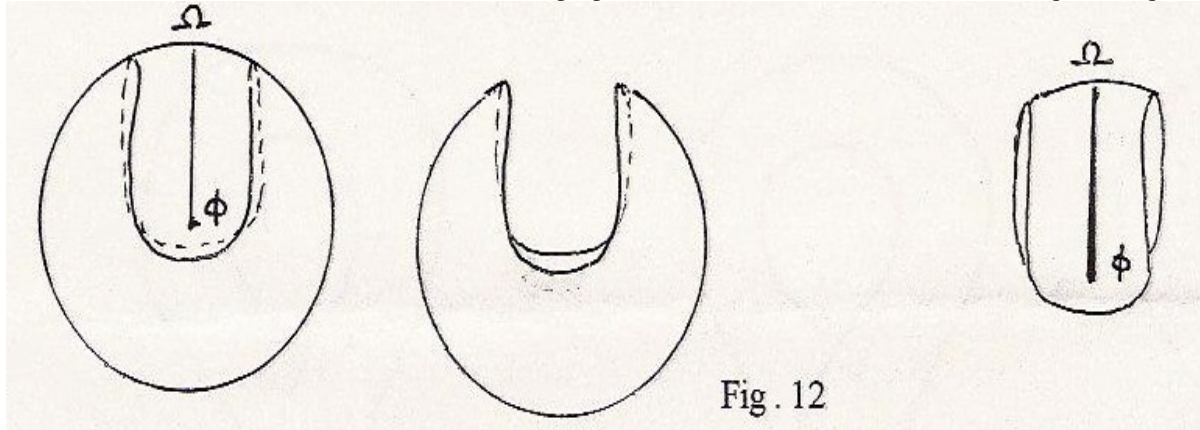


Fig. 12

Enfin, on peut démontrer (cf. M.Darmon in Bulletin de l'ALI n° 114) que toute immersion du plan projectif (il y en a d'autres que le cross cap) n'induit pas forcément une singularité forte comme le point Φ alors qu'elle ne peut se faire sans ligne d'interpénétration. C'est donc plutôt cette ligne qui résulte de la présence cachée du phallus dans le cross cap.

L'hétérogénéité de la structure du cross-cap montre que l'imaginaire du fantasme : ($\$0a$) est fondé sur une altérité radicale (mais aussi une réversibilité) entre le sujet et l'objet, à la différence de l'imaginaire du miroir fondé sur une symétrie rigoureuse entre le moi et son image, symétrie induisant entre eux une rivalité sans dialectique.

Le plan projectif est la seule des quatre variétés simples de surface (sphère, tore, cross cap, bouteille de Klein) qui possède à la fois toutes ces propriétés qui ne sont d'ailleurs pas indépendantes.

Pourquoi donner une représentation visuelle du plan projectif ?

Lacan ne s'intéresse pas seulement aux propriétés intrinsèques des objets topologiques. Il prend en considération des propriétés qui n'apparaissent que lorsque ces objets sont immergés dans notre espace à trois dimensions, "en

présentation". Il travaille sur des "figures" (alors que ces objets peuvent être décrits uniquement par des écritures mathématiques). Est-ce une concession à ce qu'il a appelé "notre débilite mentale", notre aliénation imaginaire ? Peut-être, mais il s'agit surtout de la prise en compte d'une autre de ses hypothèses fondamentales, à savoir que trois dimensions sont nécessaires pour rendre compte du sujet : réel, symbolique et imaginaire. Ces trois dimensions du sujet peuvent définir un espace en première approximation semblable à l'espace qui loge notre corps.

Cependant le plan projectif est un objet qui ne peut pas être plongé dans notre espace R3. Il est assez surprenant qu'un espace à trois dimensions ne puisse loger une surface qui n'en a que deux. Et pourtant tout se passe comme si cette surface était trop encombrante pour se loger dans l'espace de notre corps.

En topologie la notion d'immersion "résout" l'impossibilité du plongement. Elle le fait au prix d'accepter qu'un seul point de l'espace R3 corresponde à plusieurs points différents et non voisins de l'objet immergé.

Hypothèse. Pour le sujet ce sur-encombrement du corps par le langage se traduit par ce qu'on appelle les affects. L'angoisse de "castration" sera ainsi la traduction d'un excès du corps-langage dans le corps vivant appelant à cette opération dite castration (opération symbolique). En décomplant le corps-langage de son objet elle le rend apte à habiter le corps vivant. En l'absence d'une telle opération symbolique (dans la psychose notamment) la tendance à ouvrir réellement le corps ou à en ôter une partie pour le soulager n'est pas rare.

Quelques coupures atypiques

On a vu que la coupure en double boucle autour du point Φ donnait la structure du fantasme en séparant le sujet (bande de Möbius) de l'objet a (disque). Elle révèle ainsi l'hétérogénéité qui arrime le sujet non pas à une image de lui mais à quelque chose d'irréductiblement différent qui soutient sa division.

Il existe un type de coupure qui ne passe qu'une fois par la ligne d'interpénétration. Cette coupure "simple" ouvre le cross-cap et le réduit tout entier à un disque. Cette coupure peut être considérée comme le cas limite d'une double coupure dont les deux tours se sont tellement rapprochés qu'ils en sont venus à se confondre. Dans ce cas il y a perte de l'autodifférence du signifiant. (voir fig. 8)

Hypothèse. Cette disposition évoque une tentative pour un sujet de se faire représenter par un signifiant sans perte de jouissance (sans perte du disque). Un tel signifiant dont le sujet refuserait le caractère décisif perd son autodifférence et donc sa nature de signifiant. Il s'impose sans faire sens pour le sujet. On peut y reconnaître l'origine de l'effet psychosomatique. Cet effet s'expliquerait par le caractère de signal pour le corps vivant que prendrait ainsi un signifiant devenu univoque. Ce signal pourrait s'annexer une fonction biologique et la détourner de son fonctionnement sur le modèle du conditionnement pavlovien. (cf. "Inscrit, montré, non articulé" in Le trimestre psychanalytique, 1988, n° 5).

Un autre type de coupure à considérer est celle qui ne "conclurait" pas au deuxième tour. On s'aperçoit alors que le cross-cap ne permet pas que cette coupure puisse se boucler au-delà. À la différence du tore, le cross-cap impose une contrainte très stricte quant au nombre entier de tours. Si la double boucle est bien la structure de l'acte en tant que l'acte est signifiant, le défaut de l'accomplissement de l'acte entraîne une répétition infinie des tours autour du phallus. Ce trajet décrit une spirale dont une extrémité s'enroule autour du phallus en l'enserrant de plus en plus sans jamais l'atteindre. À l'inverse l'autre extrémité s'écarte de plus en plus du point Φ tout en tendant à se rapprocher d'elle-même. À la limite tout le cross-cap est réduit à une lamelle biface.

Hypothèse. On reconnaît ici le mécanisme propre à la névrose obsessionnelle. Aussi loin que se poursuive la coupure, elle ne séparera jamais le cross-cap en deux parties, l'objet reste attaché. Il en résulte une hypochondrie spécifique et la sensation d'envahissement par des pensées sales ou obscènes. On pourra en rapprocher les vérifications vaines de toute action visant à fermer ou à boucler. On sait aussi l'incidence des nombres non entiers dans cette névrose, le défaut de fermeture de l'acte originel gênant le comput par des entiers. Le défaut de séparation de l'objet a a pour effet que le réel, comme impossible, n'est jamais actualisé mais seulement toujours procrastiné (remis au lendemain) dans un tour supplémentaire illusoire. (cf. "Topologie de la névrose obsessionnelle" in Le trimestre psychanalytique, 1992, n° 2)

Consulter aussi :

les Séminaires de Lacan, surtout L'identification, L'angoisse, La logique du fantasme.

les Essais de topologie lacanienne de Marc Darmon (éditions de l'ALI).

© Association lacanienne internationale 2008 - Réalisation : Omar Guerrero - oguerrero@freud-lacan.com - Patrick Petit - ppetit@freud-lacan.com